

# Планирование разработки группы газовых месторождений с учетом неопределенности исходных данных

**В.Р. Хачатуров**

д.ф.-м.н., профессор,  
зав. отделом<sup>1</sup>, академик<sup>2</sup>, академик<sup>3</sup>

**А.Н. Соломатин**

к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник<sup>1</sup>  
solan116@mtu-net.ru

**А.К. Скиба**

к.ф.-м.н., старший научный сотрудник<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Вычислительный центр им. А.А. Дородницына  
РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup>Российская академия космонавтики,  
Москва, Россия

<sup>3</sup>РАЕН, Москва, Россия

**Обоснован выбор аппарата нечетких множеств при решении задачи формирования стратегий разработки группы газовых месторождений с учетом неопределенности исходных данных. Предложен, в соответствии с аппроксимационно-комбинаторным методом, подход к реализации нечеткого расширения детерминированных задач моделирования и оптимизации разработки группы месторождений. Рассмотрены различные задачи, возникающие при наличии неопределенностей в оценке запасов (ресурсов) газа различных категорий. Приводятся решения по эффективной реализации Системы моделирования и оптимизации добычи газа с учетом неопределенности исходных данных.**

## Материалы и методы

Нечеткая математика, интервальная математика, имитационные модели, методы дискретной оптимизации, автоматизированные системы планирования.

## Ключевые слова

группа газовых месторождений, планирование добычи, имитация и оптимизация, неопределенность данных, нечеткие множества, категории запасов и ресурсов

## Введение

В 80–90-х гг. для планирования разработки газовых месторождений Западной и Восточной Сибири широко применялась Система перспективного планирования добычи газа (СПДГ), использующая имитационную модель группы месторождений [1–3]. Дальнейшим ее развитием является Система моделирования и оптимизации добычи газа [4]. В рыночных условиях план добычи нельзя считать заданным, поэтому ищутся оптимальные планы, максимизирующие критерий накопленной добычи по группе месторождений; используется аппроксимационно-комбинаторный метод в сочетании с методом ветвей и границ [2, 5]. Помимо оптимального, ищутся близкие к нему решения, что позволяет производить многокритериальную оптимизацию по дополнительным критериям оценки.

В настоящее время ведутся работы по совершенствованию системы для учета неопределенности исходных данных на основе использования аппарата нечетких множеств [6, 7].

## Обоснование применения аппарата нечетких множеств

*Проблема неопределенности исходных данных.* Обычно рассматриваются постановки и методы решения детерминированных задач, хотя в большинстве практических задач содержится неопределенность в том или ином виде.

При стохастической неопределенности неизвестные факторы статистически устойчивы и представляют собой случайные величины с известными законами распределения. При неопределенности нестохастического вида классическая статистическая выборка не имеет места: или нет достаточного количества наблюдений, чтобы подтвердить какой-либо закон распределения, или наблюдаемые объекты неоднородны [8].

Имитационные и оптимизационные модели системы [4] являются детерминированными, что не совсем обоснованно; так, некоторые характеристики месторождений более правильно рассматривать как недетерминированные: запасы газа различных категорий, уровень «полки», дебиты скважин, цены на газ и т. д.

*Обоснование выбора аппарата нечетких множеств.* Обычно для учета неопределенностей в нефтегазовой отрасли применяется аппарат теории вероятностей и стохастическое программирование [9], однако в последнее время стали появляться отдельные работы, посвященные применению нечетких множеств [10].

Аппарат нечетких множеств имеет многочисленные преимущества перед другими способами формализации неопределенностей.

Во-первых, применение классических вероятностей оправдано лишь для статистически однородных случайных событий, когда можно определить случайные величины с известными законами распределения и их параметрами [11]. Неопределенность же в экономической и хозяйственной деятельности (в том числе на промыслах) в целом не обладает статистической природой, а сами объекты газодобычи во многом уникальны.

Во-вторых, при использовании нечетких множеств снимается ряд проблем, связанных с заданием недетерминированных исходных данных:

- понятие неопределенности более эффективно и естественно выражается нечеткостью, чем случайностью;
- не требуется адекватного задания вида и параметров плотностей распределения для всех недетерминированных исходных данных, что не всегда возможно;
- эксперт имеет дело не с косвенными оценками (к которым относятся и вероятности), а с прямыми данными о разбросе значений параметров;
- величины с различным характером неопределенности (нечеткие, интервальные, на основе экспертных оценок) более адекватно описываются на едином языке теории нечетких множеств;
- появляется возможность оперировать качественными вербальными понятиями («около», «больше чем», «преимущественно» и т. д.), что ближе к человеческому мышлению и языку;
- снимается проблема учета взаимной зависимости исходных данных, которая сама по себе является нечеткой и во многом определяется предпочтениями эксперта.

Наконец, аппарат нечетких множеств с точки зрения вычислительной реализации намного проще, чем аппарат теории вероятностей, что особенно важно при решении задач оптимизации и при многовариантных расчетах.

Описание неопределенностей с использованием интервальной математики [12] и неточного программирования [13] хотя и обеспечивает более высокую скорость расчетов, но является достаточно грубым инструментом; особенно это связано со скачком от 100% к 0% вероятности при переходе через границы интервала.

Поэтому, как нам представляется, для решения задач моделирования и оптимизации разработки группы газовых месторождений с учетом неопределенности исходных данных наиболее адекватным математическим аппаратом, позволяющим формализовать эту неопределенность,

является аппарат нечетких множеств (нечетких чисел).

### Нечеткое расширение задач моделирования и оптимизации

*Нечеткие числа.* Как известно, под нечетким множеством понимается совокупность

$$A = \{(u, \mu_A(u)) \mid u \in U\}$$

где  $U$  — универсальное множество, а  $\mu_A(u)$  — функция принадлежности, которая характеризует степень принадлежности элемента к нечеткому множеству  $A$  и принимает значения в некотором линейно упорядоченном множестве  $M$  — множестве принадлежностей [11, 14].

При дефаззификации нечеткого множества соответствующей функции принадлежности  $\mu_A(u)$  сопоставляется некоторое характеризующее ее детерминированное число.

В практике нечетких вычислений широко используются нечеткие трапециевидные (треугольные) нечеткие числа, которые имеют функцию принадлежности в виде трапеции (треугольника). Если эксперт может утверждать, что некоторое недетерминированное значение точно находится в интервале значений от  $a_2$  до  $a_3$  и при этом оно точно не будет меньше  $a_1$  и больше  $a_4$ , то такая неопределенность выражается в виде трапециевидного нечеткого числа  $A = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ . При этом треугольное нечеткое число  $A = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  является частным случаем трапециевидного при  $a_2 = a_3$ , интервальное  $[a_1, a_2]$  — при  $a_1 = a_2, a_3 = a_4$ , а детерминированное значение — при  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$ .

*Нечеткое расширение детерминированной задачи.* В работах Лю [13] было предложено неопределенное программирование, объединяющее стохастическое, нечеткое и неточное программирование. Для всех видов неопределенного программирования целевая функция и ограничения задаются явно в аналитическом виде. Однако при решении задачи оптимизации накопленной добычи приходится переходить от поиска оптимального решения для непрерывного случая к поиску приближенного оптимального решения для дискретного случая с использованием сетки. Для этой задачи в силу ее сложности целевая функция и ограничения не могут быть заданы явно, что не позволяет применять методы неопределенного программирования.

Поэтому предлагается сохранить общую схему решения задачи, диалоговый интерфейс, программное и информационное обеспечение, реализованные для детерминированного случая [4], используя вместо детерминированных значений и операций с ними соответствующие нечеткие числа и нечеткую арифметику; такой подход называется нечетким расширением детерминированной задачи [13]. Кроме того, следует учитывать, что:

- не все исходные данные и не для всех месторождений группы должны рассматриваться как неопределенные (нечеткие);
- средства моделирования и оптимизации должны иметь единообразный диалоговый интерфейс, программное и информационное обеспечение

независимо от того, все или не все исходные данные являются детерминированными.

### Нечеткие множества при описании категорий запасов газа

*Проблема точности оценки запасов.* Неопределенность в оценке запасов (ресурсов) природного газа различных категорий является наиболее значимой среди всех видов неопределенностей при решении задач моделирования и оптимизации разработки группы газовых месторождений. Ниже по тексту под «запасами» будут пониматься как собственно запасы, так и ресурсы газа.

*Системная модель движения запасов по категориям.* Любая категория характеризует некоторый уровень знаний о запасах газа, находящихся в недрах некоторой территории в некотором отложении. С позиций теории систем и теории информации неопределенность таких знаний адекватно характеризуется энтропией — мерой неопределенности информации и дезорганизации в системах любой природы. Очевидно, что энтропия в системе запасов и ресурсов постоянно уменьшается по мере движения от низшей категории ресурсов D2 (в соответствии с Классификацией [15]) к высшей категории запасов А.

Разобьем множество объектов газодобычи  $M$  на 9 непересекающихся подмножеств  $\{K_j\}$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, 8$ . Элементами каждого подмножества являются объекты с запасами определенной категории, объем которых задается в виде нечетких множеств (нечетких чисел). Подмножество  $K_1$  будет соответствовать категории D2, подмножеству  $K_2$  — D1,  $K_3$  — C3,  $K_4$  — C2,  $K_5$  — C1,  $K_6$  — B,  $K_7$  — A. В семейство  $\{K_j\}$  включим также подмножество  $K_0$  объектов с отсутствием информации о величине запасов и подмножество  $K_8$  объектов с полностью извлеченными запасами.

Поскольку в процессе разработки приобретаются дополнительные знания о запасах объектов, разбиение множества  $M$  постоянно изменяется. Поэтому будем рассматривать подмножества  $\{K_j\}$  в различные дискретные моменты времени  $t$  как динамические подмножества  $\{K_j(t)\}$ , обладающие следующими свойствами:

- если объект  $a \in K_j(t)$ , где  $j=1, 2, \dots, 8$ , то при любых  $t > \pi$ ,  $i < j$  объект  $a \in K_i(t)$  (объект не может быть исключен из высшей категории и затем включен в низшую категорию);
- если объект  $a \in K_j(t)$ , где  $j=1, 2, \dots, 7$ , то существует  $t > \tau$  такое, что объект  $a \in K_{j+1}(t)$  (объект последовательно включается во все более высокие категории, причем по окончании разработки запасы газа будут полностью извлечены).

Следует отметить, что для оценки извлекаемых запасов газа часто используется объемный метод, причем имеется модификация метода, обеспечивающая учет неопределенности исходных данных [10] на основе использования нечетких множеств.

*Оптимизационные задачи, связанные с запасами газа.* Рассмотренная системная модель создает основу для постановки и решения ряда оптимизационных задач:

- максимизации — совокупных среднеожидаемых запасов газа,

совокупных гарантированных значений запасов газа, количества объектов, запасы которых переводятся в более высокую категорию;

- минимизации: совокупных затрат, времени перевода запасов объектов в более высокую категорию;
- о выборе наиболее излученных по величине запасов объектов.

*Учет запасов различных категорий.* Пусть для некоторого месторождения определен объем  $V_1$  запасов категории A+B+C1, объем  $V_2$  запасов категории C2 и объем ресурсов  $V_3$  категории C3. Необходимо, зная значения  $V_i$ ,  $i=1, 2, 3$ , определить значение суммарных запасов газа на месторождении с учетом того, что значение  $V_1$  является детерминированной величиной, а значения  $V_2$  и  $V_3$  могут быть заданы нечетким либо интервальным числом.

Возможны следующие варианты определения суммарных запасов газа.

- I. Суммарные запасы газа  $V_1+V_2+V_3$  на месторождении определяются по правилу сложения нечетких чисел с последующей дефаззификацией полученного нечеткого числа.
- II. Объем запасов газа рассчитывается как значение среднеожидаемых прогнозируемых запасов газа соответствующей категории на данном объекте; для этого нечеткие (интервальные) числа  $V_2$  и  $V_3$  преобразуются в четкие путем их дефаззификации методом центра тяжести.
- III. Гарантированное значение запасов газа  $y$  для некоторого объекта  $j$ -й категории является оценкой нечетко определенных запасов газа при заданном уровне риска  $k_j$ . Для произвольного трапециевидного нечеткого числа  $a = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$  и заданного значения  $y$ ,  $a_1 < y < a_4$ , вероятность (степень риска) того, что реальное значение запасов газа не превысит величины  $y$ , составит

$$k_{A_j}(y) = \left( \int_{a_1}^y \mu_{A_j}(u) du \right) / \left( \int_{a_1}^{a_4} \mu_{A_j}(u) du \right).$$

Тогда задавая различные значения уровня риска  $k_j$ , из уравнения можно однозначно определить соответствующие гарантированные значения запасов для категорий C2 и C3. Для случаев II и III полученные детерминированные значения складываются, формируя суммарный объем запасов для данного месторождения.

- IV. Запасы различных категорий некоторого месторождения рассматриваются как различные независимые месторождения, поэтому каждое месторождение с номером  $i$  трансформируется в три месторождения с номерами  $i$  (запасы категории A+B+C1),  $i+1$  (категории C2) и  $i+2$  (категории C3). Тогда для каждой такой тройки месторождений справедливо следующее:

- значения входных показателей имитационной модели одинаковы (различаются только запасы газа);
- месторождения вводятся в эксплуатацию друг за другом и к началу разработки должны иметь запасы категории A+B+C1;
- после расчетов производится суммирование по трем месторождениям значений всех рассчитанных показателей.

Предлагаемый подход требует существенных изменений системы, а также влечет трехкратное увеличение объема используемой памяти.

### Особенности реализации Системы моделирования и оптимизации добычи газа с учетом неопределенности исходных данных

*Задачи адаптации системы.* Важной проблемой при реализации нечеткого расширения является эффективная адаптация программного и информационного обеспечения Системы моделирования и оптимизации добычи газа [4], разработанного для детерминированных исходных данных. Необходимо обеспечить:

- удобный для пользователя ввод и вывод неопределенной информации;
- эффективные по занимаемой памяти и времени вычислений хранение и обработку неопределенной информации;
- формирование и обработку информации о запасах газа различных категорий, заданных с различной степенью неопределенности.

*Диалоговый интерфейс.* В диалоговый интерфейс системы добавляются диалоговые элементы, задающие дополнительные режимы работы.

1. Режим обработки данных в системе:
  - а) в системе обрабатываются только детерминированные данные, б) также недетерминированные данные.
2. Возможность задания неопределенных данных для каждого месторождения.
3. Момент дефазификации нечетких чисел: а) после расчетов, которые производятся с нечеткими числами, б) перед расчетами для увеличения скорости вычислений.
4. Возможность расчета и обработки значений запасов газа различных категорий.

*Неопределенные исходные данные.* Хотя большинство исходных данных системы можно трактовать в той или иной мере как неопределенные, это существенно усложнит ввод данных, анализ результатов и увеличит время работы алгоритмов, в первую очередь — оптимизации накопленной добычи. При этом увеличение качества решений из-за более полного учета неопределенностей будет компенсировано уменьшением качества решений из-за необходимости применить более грубую сетку [5].

Поэтому недетерминированные исходные данные предлагается задавать:

- только для некоторых месторождений группы, например, наиболее крупных, оказывающих значительное влияние на результаты моделирования и оптимизации;
- только для некоторых показателей — наиболее важных и/или имеющих наибольшую неопределенность значений, таких как объем запасов газа различных категорий, уровень постоянной добычи, начальные дебиты скважин, удельные капиталовложения в бурение и обустройство и т. д.

*Ввод исходных данных.* Для задания неопределенных исходных данных используются либо нечеткие числа (трапециевидные

или треугольные) либо интервалы, что обеспечивает приемлемую трудоемкость вычислений.

При вводе исходных данных пользователь определяет:

- месторождения и показатели, для которых будут вводиться недетерминированные данные;
- тип вводимых данных: нечеткое трапециевидное число, нечеткое треугольное число, интервальное число, детерминированная величина;
- параметры, задающие вводимую недетерминированную величину: четыре значения для трапециевидного нечеткого числа, три — для треугольного, два — для интервального и одно значение для детерминированной величины.

*Хранение данных.* Предлагается любые данные — нечеткие трапециевидные, треугольные и интервальные числа, детерминированные величины — хранить в унифицированном формате: в виде специальных записей, содержащих следующие шесть полей:

- тип данного (один из четырех перечисленных выше), хранящегося в записи;
- значения  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , характеризующие нечеткое число, причем некоторые значения могут быть нулевыми:  $a_3$  для треугольного нечеткого числа,  $a_2, a_3$  для интервального нечеткого числа и  $a_2, a_3, a_4$  для детерминированной величины;
- детерминированное значение, полученное в результате дефазификации нечеткого числа.

*Сокращение времени расчетов.* Сокращение времени расчетов при работе с нечеткими величинами в процессе моделирования и оптимизации является ключевой проблемой при реализации нечеткого расширения. На самом деле, операция сложения трапециевидных чисел требует выполнения четырех обычных арифметических операций, а операция умножения — восьми операций.

Для сокращения времени расчетов предлагаются, в частности, следующие решения:

- модификация программного кода системы с тем, чтобы выделить фрагменты кода, в которых будут обрабатываться только детерминированные величины;
- программная реализация арифметических операций над нечеткими (интервальными) числами и процедур дефазификации на языке Ассемблера;
- дефазификация нечетких величин не после нахождения оптимального и близких к нему решений, а до начала процесса оптимизации; ведь при использовании нечетких вычислений само понятие «точность решения» становится таким же нечетким;
- использование перегрузки арифметических операций, которая для объектно-ориентированных языков программирования позволяет использовать в программном коде один и тот же знак операции для различных типов обрабатываемых данных.

*Вывод результатов.* Выводимые на экран результаты работы системы являются, вообще говоря, детерминированными свертками — результатами дефазификации нечетких чисел. Сюда относятся значения функционалов накопленной добычи газа, значения критериев оценки решений при многокритериальной оптимизации и табличные значения технико-экономических показателей добычи в блоке вывода результатов. Поэтому по желанию эксперта для детального анализа может быть выдана на экран функция принадлежности исходного нечеткого числа, соответствующего детерминированному значению.

### Итоги

Рассмотрено использование аппарата нечетких множеств для учета неопределенности исходных данных, в частности запасов (ресурсов) газа различных категорий, при планировании разработки группы газовых месторождений.

### Выводы

Аппарат нечетких множеств может быть успешно применен при формировании стратегий разработки группы газовых месторождений с учетом неопределенности исходных данных, включая запасы (ресурсы) газа различных категорий. Для этого целесообразно использовать так называемое нечеткое расширение детерминированных задач моделирования и оптимизации разработки группы месторождений в условиях, когда целевая функция и ограничения оптимизационных задач не могут быть заданы аналитически. Нечеткое расширение может быть эффективно реализовано в Системе моделирования и оптимизации добычи газа.

### Список используемой литературы:

1. Хачатуров В.Р. Математические методы регионального программирования. М.: Наука, 1989. 304 с.
2. Хачатуров В.Р. Аппроксимационно-комбинаторный метод декомпозиции и композиции систем и конечные топологические пространства, решетки, оптимизация // ЖВМ и МФ, 1985. Т.25. № 12. С. 1777–1794..
3. Маргулов Р.Д., Хачатуров В.Р., Федосеев А.В. Системный анализ в перспективном планировании добычи газа. М.: Недра, 1992. 287 с.
4. Скиба А.К., Соломатин А.Н. Моделирование и оптимизация стратегий разработки группы газовых месторождений. М.: ВЦ РАН, 2012. 40 с.
5. Соломатин А.Н. Некоторые оптимизационные задачи для группы газовых месторождений. М.: ВЦ РАН, 2009. 44 с.
6. Соломатин А.Н., Скиба А.К. Моделирование и оптимизация разработки группы газовых месторождений с учетом неопределенности исходных данных // Матер. VII межд. конф. MLSD'2013. М.: ИПУ РАН, 2013. Т. 2. С. 68–71.
7. Скиба А.К., Соломатин А.Н., Бобылев В.Н. Нечеткие множества при описании категорий запасов газа // Матер. VII

- межд. конф. MLSД'2013. М.: ИПУ РАН, 2013. Т.1. С. 213-216.
8. Мирзаджанзаде А.Х., Кузнецов О.Л., Басниев К.С., Алиев З.С. Основы технологии добычи газа. М.: Недра, 2003. 880 с.
  9. Юдин Д.Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. Задачи и методы стохастического программирования. 3-е изд. М.: URSS, 2010. 399 с.
  10. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Тюмень: ТюмГУ, 2000. 352 с.
  11. Недосекин А.О. Нечёткие множества и финансовый менеджмент. М.: Аудит и финансовый анализ, 2003. 184 с.
  12. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. 2-е изд. М.: РХД, 2007. 468 с.
  13. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования. М.: БИНОМ, 2005. 416 с.
  14. Конышева Л.К., Назаров Д.М. Основы теории нечетких множеств. СПб.: Питер, 2011. 192 с.
  15. Классификация запасов месторождений, перспективных и прогнозных ресурсов нефти и горючих газов. Государственная комиссия по запасам полезных ископаемых при Совете Министров СССР. М., 1983.

ENGLISH

GAS PRODUCTION

## Planning the development of gas fields' group taking into account uncertainty of basic data

UDC 65.011.56

### Authors:

**Vladimir R. Khachaturov** — ph.d., professor, head of department<sup>1</sup>, academician<sup>2</sup>, academician<sup>3</sup>

**Alexander N. Solomatin** — ph.d., leading researcher<sup>2</sup>; [solan116@mtu-net.ru](mailto:solan116@mtu-net.ru)

**Alexander K. Skiba** — ph.d., senior researcher<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Russian academy of astronautics, Moscow, Russian Federation

<sup>3</sup>Russian academy of natural sciences, Moscow, Russian Federation

### Abstract

It is proved a choice of fuzzy sets for strategy generation of development of gas fields' group taking into account uncertainty of basic data. According to approximated and combinatory method it is offered an approach to implementation the fuzzy extension of simulation and optimization determined problems to development of gas fields' group. Various tasks are considered that arise in the presence of uncertainty in an assessment of gas reserves of various categories. It were presented solutions on effective implementation of System of simulation and optimization of the gas production taking into account uncertainty of basic data.

### Materials and methods

Fuzzy mathematics, interval mathematics, simulation models, methods of discrete optimization, computer-aided systems of planning.

### Results

Using of fuzzy sets for the accounting of uncertainty basic data in particular gas reserves of various categories is considered during planning the gas fields' group development.

### Conclusions

Fuzzy sets can be successfully applied to forming a strategy of gas fields' group

development taking into account uncertainty of basic data, including the various categories gas reserves. For this purpose it is expedient to use a fuzzy enhancing of the determined problems of simulation and optimization the development of gas fields' group in conditions when objective function and restrictions of optimizing tasks can't be defined analytically. Fuzzy extension can be effectively realized in System of simulation and optimization of the gas production.

### Keywords

group of gas fields, production planning, simulation and optimization, data uncertainty, fuzzy sets, categories of gas reserves

### References

1. Khachaturov V.R. *Matematicheskie metody regional'nogo programmirovaniya* [Mathematical methods of regional programming]. Moscow: Nauka, 1989, 304 p.
2. Khachaturov V.R. *Approksimatsionno-kombinatornyy metod dekompozitsii i kompozitsii sistem i konechnye topologicheskie prostranstva, reshetki, optimizatsiya* [Approximating and combinatory method of decomposition and composition systems and finite topological spaces, lattices, optimization]. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 1985, Vol. 25, issue 12, pp. 1777–1794.
3. Margulov R.D., Khachaturov V.R., Fedoseev A.V. *Sistemnyy analiz v perspektivnom planirovaniy dobychi gaza* [The system analysis in advance planning of gas production]. Moscow: Nedra, 1992, 287 p.
4. Skiba A.K., Solomatin A.N. *Modelirovanie i optimizatsiya strategiy razrabotki gruppy gazovykh mestorozhdeniy* [Simulation and optimization of the gas fields' group development strategy]. Moscow: CC RAS, 2012, 40 p.
5. Solomatin A.N. *Nekotorye optimizatsionnye zadachi dlya gruppy gazovykh mestorozhdeniy* [Some optimization tasks for the gas fields' group]. Moscow: CC RAS, 2009, 44 p.
6. Solomatin A.N., Skiba A.K. *Modelirovanie i optimizatsiya razrabotki gruppy gazovykh mestorozhdeniy s uchetom neopredelennosti iskhodnykh dannykh* [Modeling and optimization of development the gas fields' group taking into account uncertainty of basic data]. Proc. VII Int. Conf. MLSД'2013. Moscow: ICS RAS, 2013, Vol. 2, pp. 68–71.
7. Skiba A.K., Solomatin A.N., Bobylev V.N. *Nechetkie mnozhestva pri opisaniy kategoriy zapasov gaza* [Fuzzy sets at the description of gas stocks categories]. Proc. VII Int. Conf. MLSД'2013. Moscow: ICS RAS, 2013, Vol. 1, pp. 213–216.
8. Mirzadzhanzade A.Kh., Kuznetsov O.L., Basniev K.S., Aliev Z.S. *Osnovy tekhnologii dobychi gaza* [Bases of gas production technology]. Moscow: Nedra, 2003, 880 p.
9. Yudin D.B. *Matematicheskie metody upravleniya v usloviyakh nepolnoy informatsii. Zadachi i metody stokhasticheskogo programmirovaniya* [Mathematical methods of management in the conditions of incomplete information. Tasks and methods of stochastic programming]. 3rd ed. Moscow: URSS, 2010, 399 p.
10. Altunin A.E., Semukhin M.V. *Modeli i algoritmy prinyatiya resheniy v nechetkikh usloviyakh* [Models and algorithms of decision-making in fuzzy conditions]. Tyumen': TSU, 2000, 352 p.
11. Nedosekin A.O. *Nechetkie mnozhestva i finansovyy menedzhment* [Fuzzy sets and financial management]. Moscow: *Audit i finansovyy analiz*, 2003, 184 p.
12. Zholen L., Kifer M., Didri O., Val'ter E. *Prikladnoy interval'nyy analiz* [Applied interval analysis]. 2nd ed. Moscow: RKhD, 2007, 468 p.
13. Lyu B. *Teoriya i praktika neopredelennogo programmirovaniya* [Theory and practice of uncertain programming]. Moscow: BINOM, 2005, 416 p.
14. Konysheva L.K., Nazarov D.M. *Osnovy teorii nechetkikh mnozhestv* [Bases of the theory of fuzzy sets]. Saint Petersburg: Piter, 2011, 192 p.
15. *Klassifikatsiya zapasov mestorozhdeniy, perspektivnykh i prognoznnykh nefi i goryuchikh gazov* [Classification of fields reserves, perspective and expected resources of oil and fuel gases]. The State Commission on Mineral Reserves of the Council of Ministers of the USSR, Moscow, 1983.